

**Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Уфимский государственный авиационный технический университет**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ
С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО
И ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКОВ**

**Методические указания
к лабораторной работе № 9
по дисциплине «Физика»**

Уфа 2010

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Уфимский государственный авиационный технический университет

Кафедра физики

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ
С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО
И ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКОВ

Методические указания
к лабораторной работе № 9
по дисциплине «Физика»

Уфа 2010

Составитель М.Т. Хатмуллина

УДК 531(07)

ББК 22.2(я)

Определение ускорения свободного падения с помощью математического и физического маятников: Методические указания к лабораторной работе № 9 по дисциплине «Физика» / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост. М.Т. Хатмуллина – Уфа, 2010. – 13 с.

Определяется ускорение свободного падения с помощью математического и физического маятников, сравниваются экспериментально полученные значения ускорения свободного падения с известным значением ускорения свободного падения для данной местности.

Методические указания предназначены для студентов университета, изучающих дисциплину «Физика».

Табл. 2. Ил. 4. Библиогр.: 3 назв.

Рецензенты: канд. физ.-мат. наук, доцент Осипов В.С.,
канд. тех. наук, доцент кафедры ВМ и К Байков Р.А.

© Уфимский государственный
авиационный технический университет, 2010

Составитель ХАТМУЛЛИНА Маргарита Талгатовна

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ
С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО
И ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКОВ

Методические указания
к лабораторной работе № 9
по дисциплине «Физика»

Подписано в печать 2010. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать плоская. Гарнитура Nimes New Roman Cyr.
Усл. печ. л. 1,1. Уч-изд.л. 0,9.
Тираж 300 экз. Заказ №
ГОУ ВПО Уфимский государственный авиационный технический университет
Центр оперативной полиграфии УГАТУ
450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса, 12.

Содержание

1. Цель работы.....	4
2. Теоретическая часть	4
3. Экспериментальная часть.....	9
3.1. Приборы и принадлежности.....	9
3.2. Описание установки	9
3.3. Требования по технике безопасности.....	10
3.4. Порядок выполнения работы	10
4. Требования к отчету	13
5. Контрольные вопросы	13
Список литературы.....	13

Лабораторная работа № 9

Определение ускорения свободного падения с помощью физического и математического маятников

1. Цель работы

1.1. Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника.

1.2. Определение ускорения свободного падения с помощью физического маятника.

2. Теоретическая часть

Математическим маятником называют систему, состоящую из материальной точки, подвешенной на нерастяжимой невесомой нити, способную совершать колебания в поле силы тяжести.

Физическим маятником называется твердое тело, способное совершать колебания вокруг некоторой оси, не проходящей через его центр инерции. В положении равновесия центр инерции маятника (точка C) находится с точкой подвеса маятника O на одной вертикали (рис. 2.1).

При отклонении маятника от положения равновесия на угол φ возникает вращательный момент силы тяжести \vec{M} относительно горизонтальной оси, проходящей через точку O , равный

$$\vec{M} = [\vec{r}, m\vec{g}],$$

где \vec{r} – радиус вектор, проведенный из точки O до точки приложения силы тяжести, т.е. до центра инерции тела (точка C).

Модуль момента силы тяжести равен

$$M = r mg \sin \varphi,$$

где r – расстояние от точки подвеса до точки приложения силы тяжести, т.е. до центра инерции тела.

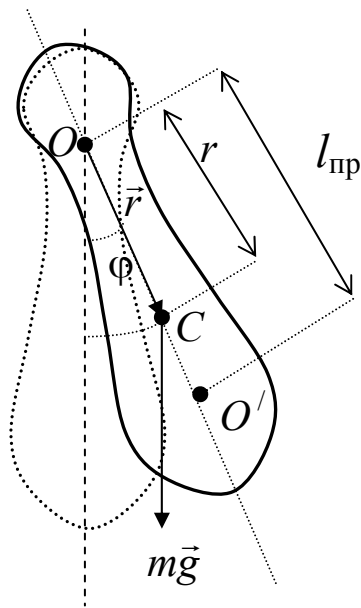


Рис. 2.1. Физический маятник

Воспользуемся уравнением динамики вращательного движения тела

$$\vec{M} = I \vec{\varepsilon}, \quad (2.1)$$

где I – момент инерции тела относительно оси вращения, $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение.

Вектор углового ускорения равен

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d^2 \vec{\varphi}}{dt^2}.$$

Уравнение (2.1) в проекции на ось Z можно расписать в виде

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -m g r \sin \varphi. \quad (2.2)$$

Знак минус означает, что направление вектора момента силы тяжести противоположно направлению вектора углового ускорения (рис. 2.2).

Уравнение (2.2) приведем к виду

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{m g r}{I} \sin \varphi = 0. \quad (2.3)$$

Введем обозначение

$$\omega_0^2 = \frac{m g r}{I}.$$

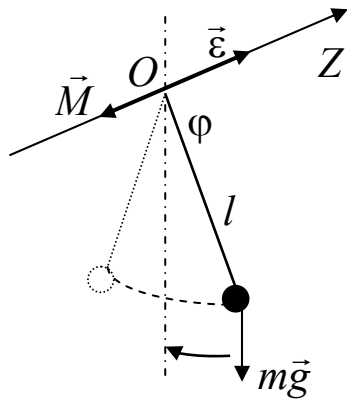


Рис. 2.2. Математический маятник

При малых углах отклонения $\sin \varphi \approx \varphi$. Придем к следующему дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \varphi = 0. \quad (2.4)$$

(Маятник совершает гармонические колебания, если угол отклонения не превышает 5° - 8°).

Решение уравнения (2.4) имеет вид

$$\varphi = \varphi_{\max} \cdot \cos(\omega_0 t + \alpha).$$

Величина φ_{\max} , равная максимальному углу отклонения маятника от положения равновесия, называется амплитудой гармонических колебаний. Величина α – начальная фаза, ω_0 – циклическая частота.

Период колебания физического маятника равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m g r}}.$$

Для математического маятника момент инерции равен

$$I = m l^2.$$

В результате выражение для периода колебаний математического маятника будет следующим

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (2.5)$$

Из сопоставления последних двух формул получается, что математический маятник с длиной

$$l_{\text{пр}} = \frac{I}{m r}$$

будет иметь такой же период колебаний, как и данный физический маятник. Эту величину называют **приведенной длиной** физического маятника.

Точка на прямой, соединяющая точку подвеса с центром инерции, лежащая на расстоянии приведенной длины от оси вращения, называется **центром качания** физического маятника (точка O' на рис. 2.1). При переносе точки подвеса в центр качания период колебания маятника будет прежним. Точка подвеса и центр качания обладают свойством взаимности: при переносе точки подвеса в центр качания прежняя точка подвеса становится новым центром качания, и период колебаний физического маятника не изменится.

На этом свойстве взаимности основано определение ускорения свободного падения с помощью, так называемого обратного маятника. Он представляет собой маятник (рис. 2.3), у которого имеются две параллельные друг другу закрепленные вблизи его концов опорные призмы O_1 и O_2 , на которых он может поочередно подвешиваться. Вдоль маятника могут перемещаться и закрепляться на нем грузы в виде дисков. Перемещением грузов добиваются того, чтобы при подвешивании маятника на любой из призм период колебаний был одинаков.

Рассмотрим произвольный случай, когда опорные призмы находятся в произвольном положении по обеим сторонам от центра тяжести.

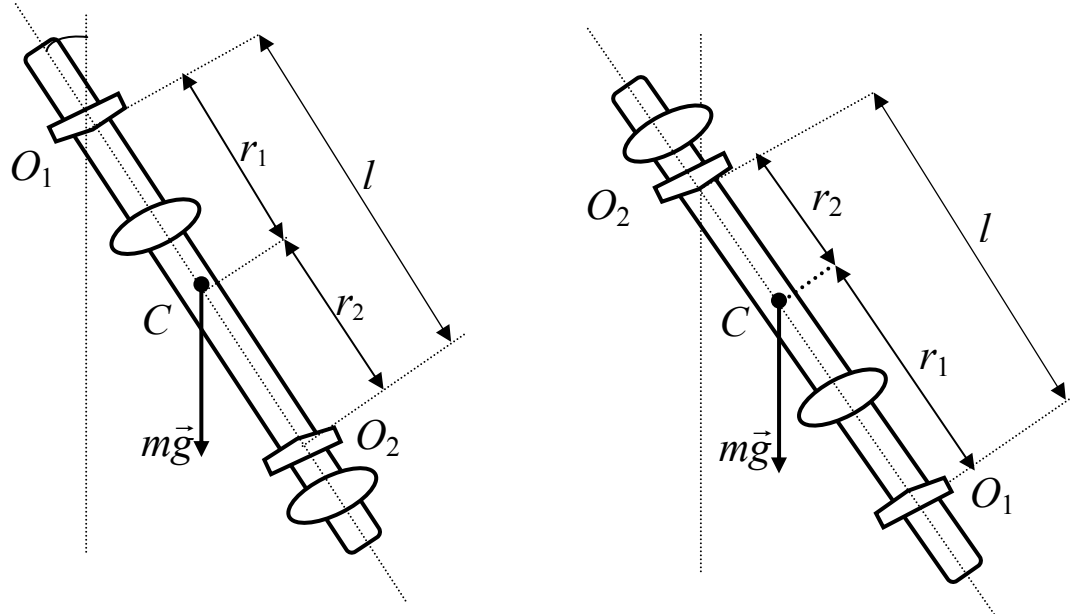


Рис. 2.3. Обратный маятник

Как видно из рис. 2.3, периоды колебаний маятника по отношению к каждой оси качания будут соответственно равны:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{m g r_1}}, \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{m g r_2}}, \quad (2.6)$$

где I_1, I_2 – моменты инерции обратного маятника относительно осей качания O_1 и O_2 , r_1 и r_2 – расстояние от центра тяжести маятника до соответствующих осей.

По **теореме Штейнера** момент инерции I тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции I_0 относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр инерции тела, и произведения массы тела m на квадрат расстояния r между осями.

Используя эту теорему для расчета моментов инерции I_1, I_2 относительно осей качания O_1 и O_2 , получим:

$$I_1 = I_0 + m r_1^2 \text{ и } I_2 = I_0 + m r_2^2. \quad (2.7)$$

Тогда с учетом (2.7):

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + m r_1^2}{m g r_1}}, \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + m r_2^2}{m g r_2}}. \quad (2.8)$$

Если $T_1 = T_2 = T$, то, приравняв подкоренные выражения формул (2.8), получим:

$$\begin{aligned} \frac{I_0 + m r_1^2}{m g r_1} &= \frac{I_0 + m r_2^2}{m g r_2}, \\ I_0 r_2 + m r_1^2 r_2 &= I_0 r_1 + m r_2^2 r_1, \\ I_0 &= \frac{m(r_2^2 r_1 - r_1^2 r_2)}{r_2 - r_1} = \frac{m r_2 r_1 (r_2 - r_1)}{r_2 - r_1}, \\ I_0 &= m \cdot r_1 \cdot r_2. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Подставляя I_0 в формулу (2.8) для T_1 получаем

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m r_1 r_2 + m r_1^2}{m g r_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{r_1 + r_2}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (2.10)$$

В этом случае если O_1 – точка подвеса, то O_2 – центр качания и наоборот, а l есть приведенная длина данного физического маятника.

Ускорение силы тяжести можно найти, зная период колебаний маятника и приведенную длину, т.к. из (2.10) следует

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (2.11)$$

Если $T_1 \neq T_2$, то из формул (2.8) для T_1 и T_2 , получается

$$T_1^2 g r_1 - T_2^2 g r_2 = 4\pi^2 (r_1^2 - r_2^2).$$

Отсюда

$$g = \frac{4\pi^2 (r_1^2 - r_2^2)}{T_1^2 r_1 - T_2^2 r_2}. \quad (2.12)$$

3. Экспериментальная часть

3.1. Приборы и принадлежности

Приборы и принадлежности: экспериментальная установка, включающая в себя математический маятник, физический маятник, секундомер.

3.2. Описание установки

Общий вид установки представлен на рис. 3.1.

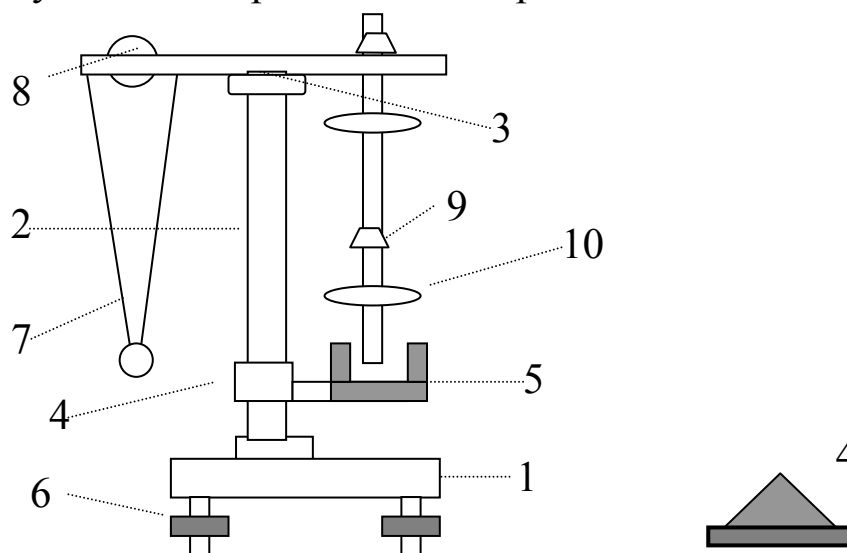


Рис. 3.1. Лабораторная установка

Установка представлена на рис. 3.1 и включает в себя: основание 1, вертикальную стойку 2, математический и физический (оборотный) маятники, имеющие узлы подвеса на верхнем кронштейне 3.

Основание 1 оснащено регулируемыми ножками 6, которые позволяют произвести выравнивание прибора, и зажимом для фиксации вертикальной стойки.

Вертикальная стойка 2 выполнена из металлической трубы, на которую нанесена миллиметровая шкала.

Математический маятник 7 состоит из нити, на которой подвешен груз в виде металлического шарика, и устройство 8 для изменения длины подвеса маятника.

Оборотный маятник состоит из жесткого металлического стержня с рисками через каждые 10 мм для отсчета длины, две призматические опоры 9, два диска 10 с возможностью перемещения и фиксации по всей длине стержня.

Узлы подвески математического и физического маятников расположены на диаметрально противоположных относительно вертикальной стойки 2 сторонах кронштейна 3.

Для определения расстояний r_1 и r_2 физический маятник снимают с кронштейна и располагают на специальной подставке, имеющей острую грань 4. Перемещая маятник нетрудно найти положение центра масс. Расстояние от него до опорных призм и есть искомые r_1 и r_2 .

3.3. Требования по технике безопасности

1. Прежде чем приступить к работе, внимательно ознакомьтесь с заданием и описанием лабораторной установки.

2. По окончании работы выключите установку, приведите в порядок свое рабочее место.

3.4. Порядок выполнения работы

3.4.1. Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника

1. По шкале вертикальной стойки определить длину математического маятника.

2. Привести маятник в движение, отклонив его приблизительно на 5° - 8° от положения равновесия. С помощью секундомера измерить время 10-20 полных колебаний. Опыт повторить 5 раз.

3. Рассчитать среднее значение времени, его абсолютную и относительную погрешность. Определить среднее значение периода

колебаний математического маятника $T_{\text{ср}} = \frac{t_{\text{ср}}}{n}$.

4. Данные занести в табл. 1.

5. Определить ускорение свободного падения исходя из формулы $g = \frac{4\pi^2 l_{\text{ср}}}{T_{\text{ср}}^2}$.

5. Рассчитать абсолютную и относительную погрешность измерения ускорения свободного падения.

6. Окончательный результат записать в виде

$$g = (g_{\text{ср}} \pm \Delta g) \text{ м / с}^2.$$

Таблица 1

№	n	$t, \text{ с}$	$\Delta t, \text{ с}$	$T, \text{ с}$	$l, \text{ м}$	$g, \text{ м/с}^2$
1						
2						
3						
4						
5						
ср						

3.4.2. Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника

1. Зафиксировать диски на стержне несимметрично таким образом, чтобы один из них находился вблизи конца стержня, а другой – между опорными призмами вблизи его середины.

2. Призматические опоры маятника закрепить по обеим сторонам центра тяжести полученной системы таким образом, чтобы они были обращены друг к другу лезвиями. Один из них поместить вблизи свободного конца стержня, а второй – на половине расстояния между дисками.

3. Проверить, соответствуют ли грани лезвий опор нарезкам на стержне.

4. Подвесить оборотный маятник на призматической опоре, находящейся вблизи конца стержня. Повернуть верхний кронштейн так, чтобы стержень маятника находился в рабочей зоне фотодатчика.

5. Привести маятник в движение, отклонив его на 5° - 8° от положения равновесия.

Не рекомендуется выбирать начальную амплитуду более 10° , так как при этом может возникнуть скольжение призмы по опорной площадке.

6. С помощью секундомера измерить время 10-20 колебаний.

7. Определить период колебаний T_1 обратного маятника.

8. Снять маятник и закрепить его на второй призматической опоре.

9. Определить период T_2 колебаний обратного маятника в этом положении, повторив действия п.п. 5, 6.

10. Если $T_2 > T_1$, то опору переместить в направлении диска, находящегося в конце стержня. Если же $T_2 < T_1$, то в направлении середины стержня. Расположение диска и первой опоры не менять.

11. Повторно измерить период T_2 и сравнить с величиной T_1 .

12. Изменять положение второй опорной призмы до тех пор, пока T_2 не станет равным T_1 с точностью до 1%. В этом положении опыт повторить 5 раз. Рассчитать среднее значение времени, его абсолютную и относительную погрешность. Данные занести в табл. 2.

13. Определить приведенную длину обратного маятника, подсчитав количество нарезок на стержне между опорами, которые нанесены через каждые 10 мм.

14. Рассчитать ускорение свободного падения, используя формулу

$$g = \frac{4\pi^2 l_{\text{ср}}}{T_{\text{ср}}^2}.$$

15. Если не удалось добиться равенства T_1 и T_2 , то ускорение свободного падения рассчитать, используя формулу

$$g = \frac{4\pi^2 (r_1^2 - r_2^2)}{T_{1\text{ср}}^2 r_1 - T_{2\text{ср}}^2 r_2}.$$

16. Рассчитать абсолютную и относительную погрешность измерения ускорения свободного падения. Сделать запись конечного результата.

17. Данные занести в табл. 2.

18. Окончательный результат записать в виде

$$g = (g_{\text{ср}} \pm \Delta g) \text{ м / с}^2.$$

Таблица 2

№	n	$t_1, \text{с}$	$\Delta t_1, \text{с}$	$T_1, \text{с}$	$t_2, \text{с}$	$\Delta t_2, \text{с}$	$T_2, \text{с}$	$g, \text{м/с}^2$
1								
2								
3								
4								
5								
ср								

4. Требования к отчету

Отчет к лабораторной работе должен содержать:

- название лабораторной работы, цель работы;
- перечень приборов и принадлежностей;
- краткую теорию и основные формулы для выполнения расчетов;
- таблицы с результатами измерений и вычислений;
- выводы к работе.

5. Контрольные вопросы

1. Что называется математическим маятником?
2. Что называется физическим маятником?
3. Что называется приведенной длиной физического маятника?
4. Сформулируйте теорему Штейнера.
5. Что называется «центром качания»?
6. Какой маятник называется оборотным?
7. Выведите формулы для периодов колебаний математического и физического маятников.
8. Как направлены вектор момента силы тяжести \vec{M} и вектор углового ускорения $\vec{\epsilon}$, когда маятник движется к положению равновесия? От положения равновесия?

Список литературы

1. Савельев, И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 2007.
2. Детлаф, А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Academia, 2007.
3. Трофимова, Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2007.